

*к.т.н. Медведь И. И.,
к.т.н. Балашова О.С.
(ДонГТУ, г. Алчевск, Украина),
к.т.н. Белевцова Н.Л.
(ГЭТУТ, г. Киев, Украина)*

ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ИССЛЕДОВАНИЯ МАЛОЦИКЛОВОЙ УСТАЛОСТИ

Исследуется возможность использования математических методов планирования при проведении экспериментальных исследований при криогенных температурах. Построена математическая модель процесса исследования малоциклового усталости конструкционных сплавов.

Ключевые слова: *математическая модель, математические методы планирования, малоцикловая усталость, конструкционный сплав.*

Задача оценки несущей способности и долговечности в условиях воздействия циклических нагрузок имеет чрезвычайно большое значение. При циклических нагружениях возникает ряд специфических явлений и трудно учитываемых аналитически факторов, которые в первую очередь связаны с развитием усталостной поврежденности, с необходимостью оценки циклической и структурной нестабильности материалов [1]. В последнее время титановые сплавы получили широкое применение в качестве конструкционных материалов во многих областях, в частности в машиностроении, энергомашиностроении, химической промышленности, криогенной технике, авиации и др. при изготовлении изделий, эксплуатируемых при пониженных температурах. Сплавы титана обладают замечательными свойствами: высокой прочностью, легкостью, коррозионной стойкостью, пластичностью, технологичностью, криогенной устойчивостью. Особенно перспективно использование титановых сплавов в криогенной технике (криогенные генераторы), когда важное значение имеет высокое сопротивление усталости в условиях циклических нагрузок, чем у ранее применявшихся материалов [2].

Малоцикловая усталость является одним из главных факторов, определяющих долговечность (ресурс) материалов в изде-

лиях инженерных конструкций, работающих в условиях циклических нагрузок при пониженных температурах. В этой связи представляет определенный интерес оценка степени и характера влияния уровня максимальных напряжений цикла, предварительной пластической деформации и температуры испытания на малоцикловую усталость титановых сплавов при низкотемпературных режимах.

Согласно мировой статистике основная доля разрушений в инженерной практике происходит именно по причине усталости, поэтому проблема усталости является одной из наиболее актуальных научно-технических задач современности, решение которой требует дополнительных комплексных экспериментальных и теоретических исследований. Экспериментальные исследования малоциклового усталости материалов при криогенных температурах составляют важное направление в механике деформируемого твердого тела, так как усталость, являясь необратимым процессом постепенного накопления повреждений материала под действием переменных напряжений, приводит к изменению свойств, образованию трещин, их развитию и разрушению. Однако проведение таких экспериментов ограничено в связи с их относительно высокой стоимостью и трудоемкостью.

В данной работе исследуется возможность использования математических методов планирования при проведении экспериментальных исследований при криогенных температурах. Поскольку такие исследования являются очень трудоемкими и дорогостоящими, то проблема минимизации таких экспериментов в настоящее время является актуальной. В тоже время при сокращении опытов актуальным является вопрос достоверности экспериментальных данных.

К основным этапам любого экспериментального исследования можно отнести планирование эксперимента, проведение испытаний и обработку полученных результатов.

При планировании эксперимента предполагается, что каждому набору уровней факторов, то есть каждому опыту, соответствует вполне определенное поведение исследуемого объекта и соответствующие ему с точностью до ошибки опыта значению зависимой переменной (отклика).

Условия проведения эксперимента задаются набором факторов, представляющих собой независимые переменные величины, изменением которых можно управлять в процессе эксперимента. Число возможных значений фактора, которые он принимает в различных опытах, принято называть его уровнями.

Вид аналитической зависимости функции отклика от включенных в эксперимент факторов определяется природой изучаемого явления при этом запись в определенной последовательности условий проведения эксперимента, необходимых и достаточных для получения оценок неизвестных параметров функции отклика, называется планом эксперимента [3].

Цель работы. Исследование возможностей определения степени и характера влияния уровня максимальных напряжений цикла, предварительной пластической деформации и температуры испытания на малоцикловую усталость титанового сплава ПТ-3В

Изложение материала и его результаты. В настоящей работе предполагалось

определить степень и характер влияния уровня максимальных напряжений цикла (X_1''), предварительной пластической деформации (X_2'') и температуры испытания (X_3'') на малоцикловую усталость титанового сплава ПТ-3В.

В качестве функции отклика y была принята величина $\lg N_p$ ($\lg N_p$ - число циклов до разрушения). Среднее по области значение дисперсии опыта при этом составило $s_y^2 = 0.0032$. Прямые исследования не проводились. Поэтому целесообразно было предположить нелинейную модель [3].

Для обеспечения максимально возможной точности в задании уровней фактора (X_3'') предварительное деформирование проводилось в средах жидких хладагентов: азота и гелия, а также на воздухе при температурах 77, 4.2 и 293К [4, 6].

Величину предварительной статической остаточной деформации фиксировали по диаграмме ($P - \Delta l$) с масштабом 1:200, а уровни фактора X_i'' - по предельной кривой прочности для образцов в исходном состоянии (таблица 1).

План полного факторного эксперимента требует проведения 3^3 опытов, а сама модель содержит большое число эффектов взаимодействий, которые не всегда оказываются статистически значимыми. Поэтому было принято решение по результатам дробного факторного эксперимента 3^{3-1} строить модель главных эффектов с генерирующим соотношением $F_3 = F_1 \cdot F_2^2$. Условия проведения опытов для реплики 3^{3-1} представлены в таблице 2.

Чтобы получить оценки параметров модели и провести статистическую обработку и интерпретацию результатов эксперимента, удобно провести нормализацию уровней факторов. Нормализованная матрица плана дробного факторного эксперимента 3^{3-1} и результаты опытов представлены в таблице 3.

Таблица 1 – Уровни фактора по предельной кривой прочности образцов в исходном состоянии

Номер фактора, i	Наименование фактора	F_i	Натуральное значение, X_i^H
1	Максимальное относительное напряжение цикла, $\frac{\sigma_{\max}}{\sigma_B}$	0	0,76
		1	0,85
		2	0,94
2	Величина предварительной остаточной деформации, $\varepsilon_n, \%$	0	0
		1	1
		2	3
3	Температура предварительного деформирования, T_n, K	0	4
		1	77
		2	300

Таблица 2 – Условия проведения опытов для реплики 3^{3-1}

Номер опыта	F_1	F_2	F_3	X_1^H	X_2^H	X_3^H
1	0	0	0	0,76	0	4
2	1	0	1	0,85	0	77
3	2	0	2	0,94	0	300
4	0	1	2	0,76	1	300
5	1	1	0	0,85	1	4
6	2	1	1	0,94	1	77
7	0	2	1	0,76	3	77
8	1	2	2	0,85	3	300
9	2	2	0	0,94	3	4

Таблица 3 – Нормализованная матрица плана дробного факторного эксперимента 3^{3-1}

Номер опыта	X_0	X_1	X_2	X_3	Z_1	Z_2	Z_3	$\lg N_p$
1	1	-1	-4	-2.5	1	2	3	4.5750
2	1	0	-4	-1.0	-2	2	-4	3.9500
3	1	1	-4	3.5	1	2	1	2.4500
4	1	-1	-1	3.5	1	-3	1	4.3876
5	1	0	-1	-2.5	-2	-3	3	3.7552
6	1	1	-1	-1.0	1	-3	-4	2.0899
7	1	-1	5	-1.0	1	1	-4	4.2739
8	1	0	5	3.5	-2	1	1	3.6068
9	1	1	5	-2.5	1	1	3	2.0864

В результате реализации опытов были получены оценки параметров модели:

$$y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_{11} Z_1 + \beta_{22} Z_2 + \beta_{33} Z_3,$$

где: X_1, X_2, X_3 - нормализованные значения линейных членов модели;

Z_1, Z_2, Z_3 - нормализованные значения квадратичных членов модели.

Для параметров β_i оценкой являются величины b_i . Например, для параметра β_0 оценкой является величина b_0 , равная 3.4639 и т.д.

Таким образом, коэффициенты модели получились равные:

$$b_0 = 3.4639, \quad b_1 = -1.1017, \quad b_2 = -0.0341, \\ b_3 = -0.0034, \quad b_{11} = -0.1534, \quad b_{22} = 0.0290, \\ b_{33} = 0.0056.$$

Проверка их статистической значимости показала, что оценки b_3 и b_{33} являются статистически незначимыми. Так как матрица плана ортогональна, то соответствующие им факторы можно исключить из модели без пересчета оставшихся. Тогда уточненная модель будет иметь вид:

$$y = 3.4639 - 1.1017 X_1 - 0.0341 X_2 -$$

$$-0.1534Z_1 + 0.0290Z_2.$$

Гипотезу об адекватности полученной модели проверяли по F- критерию Фишера.

При уровне значимости $\alpha = 0.05$ уточненная модель достаточно точно описывает малоцикловую усталость сплава ПТ-3В.

Для интерпретации полученных результатов следует перейти к натуральным значениям исследуемых факторов. В этом случае модель будет иметь вид:

$$\lg N_p = -26.6783 + 84.3436X_1^n - 0.3130X_2^n - 56.8147(X_1^n)^2 + 0.0677(X_2^n)^2.$$

Выводы.

1. Получена математическая модель, определяющая степень и характер влияния уровня максимальных напряжений цикла,

предварительной пластической деформации и температуры испытания на малоцикловую усталость титанового сплава ПТ-3В.

2. Анализ полученной математической модели показал, что предположение о нелинейном влиянии максимального напряжения цикла и предварительной деформации подтвердилось.

3. Статистическую незначимость оценок коэффициентов модели b_3 и b_{33} можно интерпретировать как отсутствие влияния температуры предварительного деформирования на долговечность титанового сплава ПТ-3В.

4. Объем испытаний для решения поставленной задачи сократился примерно в 15 раз.

Библиографический список

1. Стрижало В.А. Циклическая прочность и ползучесть металлов при малоцикловом нагружении в условиях низких и высоких температур / Стрижало В.А. – К.: Наук. думка, 1978. – 238 с.
2. Ильин А.А. Титановые сплавы. Состав, структура, свойства / Ильин А.А., Колачев Б.А., Полькин И.С. – М.: ВИЛС-МАТИ, 2009. – 520 с.
3. Ермаков С.М. Курс статистического моделирования / С.М. Ермаков, Г.Л. Михайлов. – М.: Наука, 1976. – 168 с.
4. Медведь И.И. Малоцикловая усталость хромомарганцевой стали 03X13Al19 при низких температурах (293-4,2К)/И.И. Медведь // Проблемы прочности. – 1986. – № 4. – С. 38–41.
5. Клявин О.В. Физика пластичности кристаллов при гелиевых температурах / Клявин О.В. – М.: Наука, 1987. – 256 с.
6. Медведь И.И. Циклическая ползучесть конструкционных сплавов при глубоком охлаждении / И.И. Медведь, Н.Л. Белевцова // Сборник научных трудов ДонДТУ.-2011.-Вып.35. –С. 252 - 257.

Рекомендована к печати д.т. н., проф. Должиковым П.Н.

Статья поступила в редакцию 02.07.13.

к.т.н. Медведь И. И., к.т.н. Балашова О.С. (ДонДТУ, м. Алчевськ, Україна),

к.т.н. Белевцова Н.Л. (ДЕТУТ, м. Київ, Україна)

ПОБУДОВА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ПРОЦЕСУ ДОСЛІДЖЕННЯ МАЛОЦИКЛОВОЇ ВТОМИ

Досліджується можливість використання математичних методів планування при проведенні експериментальних досліджень при криогенних температурах. Побудова математичної моделі процесу дослідження малоциклової втоми конструкційних сплавів.

Ключові слова: математична модель, математичні методи планування, малоциклова втома, конструкційний сплав.

Medved I., Balashova O. (DonDTU, Alchevsk, Ukraine), Belevcova N. (DETUT, Kiev, Ukraine)

THE CONSTRUCTION OF A MATHEMATICAL MODEL OF THE RESEARCH PROCESS CYCLE FATIGUE

The possibility of using mathematical methods of planning in conducting experimental research at cryogenic temperatures. The construction of a mathematical model of the research process cycle fatigue of structural alloys.

Key words: mathematical model, mathematical methods of planning, low cycle fatigue of structural alloys.